ENSEEIHT

DEPARTEMENT DE FORMATION GENIE ELECTRIQUE AUTOMATIQUE
Tél. 05 61 58 82 52 - Fax : 05 61 63 88 75

Examen sur le cours de 1ière année intitulé
Electrodynamique – Principes et Lois Fondamentales (ELDYN. 1)
B. NOGAREDE
Année 2002 - 2003
(Durée 1h – Documents autorisés : fiche de synthèse)

On considère le système électromécanique schématisé sur la Figure 1 correspondant à un résonateur à excitation électrostatique. Ce dispositif est constitué d'un volant de **moment d'inertie J**, reliée au bâti fixe par un ressort spiral de constante de **torsion k_t** et soumis à l'attraction d'un actionneur à effet de champ électrique accouplé au volant par l'intermédiaire d'une bielle indéformable.

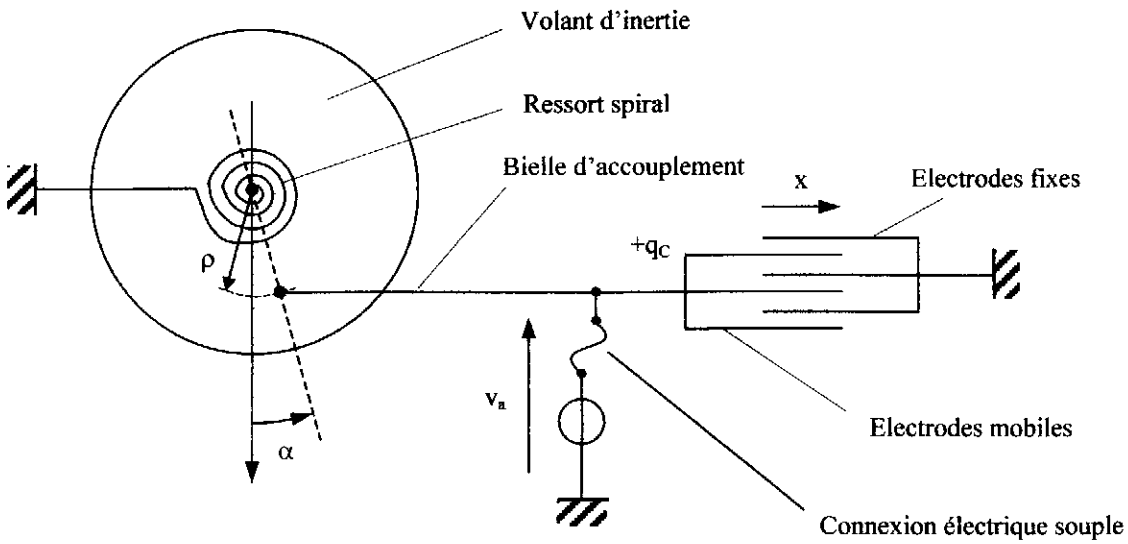


Figure 1 – Résonateur à excitation électrostatique

Le système fonctionne à température constante et les frottements intervenant lors de la rotation du volant sont négligeables. La masse de la bielle, de même que celle de l'électrode mobile, sont également négligées. En outre, le débattement angulaire α du système étant faible, la longueur de recouvrement x des électrodes de l'actionneur peut être assimilée en première approximation à $x = \rho\alpha + x_0$ où ρ désigne le bras de levier et x_0 la longueur de recouvrement dans la position de repos de l'équipage mobile (définie pour $v_a=0$). D'autre part, on suppose que, entre les deux positions limites x_m et x_M considérées, les termes d'énergie libre stockée dans le système sont définis par :

$$F_{elec}(x,q_C)=\frac{1}{2}\frac{{q_C}^2}{C(x)}, \text{ avec : } q_C=C\,v_a \text{ et, } \forall x\in[x_m,x_M],\ C(x)=C_0+\lambda\,x$$

$$F_{mec}(x)=\frac{1}{2}k_t\,\alpha^2=\frac{1}{2}\frac{k_t}{\rho}(x-x_0)^2$$

où λ, C_0 et k_t sont des constantes positives

1 – L'actionneur travaillant dans un premier temps à charge électrique constante (q_C = Q), quel est le potentiel thermodynamique dont la minimisation définit le point d'équilibre stable ? En déduire l'expression de la position d'équilibre α_{eq} en fonction de la charge Q portée par les électrodes ;

2 – Reprendre la question 1 dans le cas où l'actionneur travaille à tension constante (v_a = V) ;

3 – Caractériser le dispositif en termes de variables généralisées (on conviendra d'identifier l'énergie électrique à une énergie potentielle généralisée) ;

4 – Déterminer l'expression du Lagrangien du système (incluant la source électrique extérieure, aucun couple mécanique extérieur n'étant appliqué sur le volant) ;

5 – En déduire alors les équations décrivant son comportement électromécanique en régime variable ;

6 – Les électrodes de l'actionneur étant alimentée par une tension V continue, déterminer la fréquence des petites oscillations autour de la position d'équilibre α_{eq} précédemment définie.